INSTITUTO TECNOLÓGICO AUTÓNOMO DE MÉXICO
Cálculo Diferencial e Integral II

Laboratorio 1: Sumas e Integral de Riemann

1. Calcular

   a) $\displaystyle\sum_{i=101}^{200} i$

   b) $\displaystyle\sum_{j=2}^{30} \left(6j + \frac{4j^2}{3}\right)$

   c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{k+1}{(k+2)!}$

   d) $\displaystyle\sum_{n=0}^{m} q^n = \frac{1-q^{m+1}}{1-q}$ con $q \neq 1$.

2. Utilizando sumas de Riemann obtener la integral:

   a) $\displaystyle\int_0^b \left(x^2 + 3b\right)\, dx,$ donde $b > 0$

   b) $\displaystyle\int_0^b 2x^3\, dx$

3. Escribe la integral de Riemann $\displaystyle\int_0^1 (1+x)^2\, dx$ como el límite de sumas de Riemann $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} f(c_k)\,(x_k - x_{k-1})$, en donde

$$P = \left\{0 = \frac{0}{n} < \frac{1}{n} < \cdots < \frac{n-1}{n} < \frac{n}{n} = 1\right\},$$

   $c_k = \dfrac{k}{n}$ y $f(x) = (1+x)^2$.

4. Expresa el límite como una integral definida (no calcules la integral):

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+4} + \cdots + \frac{n}{n^2+n^2}\right).$$

5. **Cazuelazo semanal.** En el ejercicio 1.d), probar que si $|q| < 1$, entonces $\displaystyle\lim_{m\to\infty} \sum_{n=0}^{m} q^n = \frac{1}{1-q}$.